

수학 2 기말고사 시험지

시험일정: 2021년 7월 29일 (목) 18:10 – 19:40(90분)

모든 문제의 답에 풀이과정을 명시하시오. (총점: 200점)

문제 1. [20 점] 다음 적분을 구하시오.

$$\int_0^1 \int_{\sqrt[3]{x}}^1 \sqrt{1+y^4} dy dx$$

문제 2. [20 점] 다음 적분을 구하시오.

$$\int_0^1 \int_{1-y}^{4-y} ye^{\sqrt{x+y}} dx dy$$

문제 3. [20 점] 좌표평면에 주어진 다음 영역

$$x^2 + y^2 \leq 1, \quad x + y \geq 1$$

의 중심을 구하시오.

문제 4. [25점] 좌표공간에서 부등식

$$x^2 + y^2 - z^2 + 4z \leq 4, \quad 0 \leq z \leq 2, \quad x^2 + y^2 - 2x \leq 0$$

을 모두 만족시키는 영역의 부피를 구하시오.

문제 5. [25점] 좌표 평면에서

$$\mathbf{F} := \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \cdots + \mathbf{F}_{2021}, \quad \mathbf{F}_k(x, y) := \frac{(k + y, k - x)}{(x - k)^2 + (y + k)^2}$$

로 두었을때, 중심이 원점이고 반지름이 π 인 원 S 에 대하여 $\int_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$ 를 구하시오.

문제 6. [20 점] 사이클로이드

$$x(t) = t - \sin t, \quad y(t) = 1 - \cos t \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$$

를 y 축 주위로 회전시켜 얻은 곡면의 넓이를 구하시오.

문제 7. [20 점] 구면 $x^2 + y^2 + z^2 = 4z$ 의 점들 중에서 $z \geq x^2 + y^2$ 을 만족하는 부분을 곡면 S 라 할 때,
적분

$$\iint_S (x^2 + y^2) dS$$

를 구하시오.

문제 8. [25점] 좌표공간의 영역 $R: x^2 + y^2 \leq 1 + 3z^2, 0 \leq z \leq 1$ 과 벡터장

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (2xz + e^y \cos(z + z^2), x^2y + \arctan(zx), -x^2z + \sin(xy))$$

에 대하여 $\iint_{\partial R} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$ 를 구하시오.

문제 9. [25점] 곡면 $S : z = x^2 + 4y^2$, $0 \leq z \leq 9$ 와 벡터장

$$\mathbf{H}(x, y, z) = (z - 9)(x^2 e^z, e^x \sin^3 y, xyz) + (z + 1)(y, z, x)$$

에 대하여 $\iint_S \text{curl } \mathbf{H} \cdot d\mathbf{S}$ 를 구하시오. 단, 원점에서 S 의 향을 정하는 단위 법벡터는 $\mathbf{n} = (0, 0, -1)$ 이다.