

**수학 1 중간고사**  
(2021년 7월 9일 18:00-20:00)

학번:

이름:

모든 문제의 답에 풀이과정을 명시하시오. (총점 150점)

〈 연습용 여백 〉

**문제 1** [10점] 다음 급수가 수렴하는 양수  $s$ 의 범위를 구하시오.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s + sn}$$

**문제 2** [20점] 다음 물음에 답하시오.

(a) (10점) 급수  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[5]{\sin \frac{1}{n^2}} \sin \left( \sin \frac{1}{\sqrt{n}} \right)$ 의 수렴·발산을 판정하시오.

(b) (10점) 적분  $\int_{2021}^{\infty} \frac{\log x}{e^x} dx$ 의 수렴·발산을 판정하시오.

**문제 3** [20점] 다음 급수가 수렴하는  $x$ 의 범위를 구하시오.

(a) (10점)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n(\log n)}$

(b) (10점)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n(x+2)^n}{3^{n+1}}$

**문제 4** [15점] 다음 급수의 합을 구하시오.

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+1}{2^n(n-1)}$$

**문제 5** [10점] 다음 극한을 구하시오.

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)^{\arcsin x}$$

문제 6 [10점] 다음 물음에 답하시오.

〈 연습용 여백 〉

(a) (5점)  $\frac{d}{dx}(\tanh x) = \frac{1}{\cosh^2 x} = 1 - \tanh^2 x$ 임을 보이시오.

(b) (5점)  $\frac{d}{dy}(\tanh^{-1} y) = \frac{1}{1-y^2}$ 임을 보이시오.

문제 7 [15점] 원주율  $\pi$ 에 대하여  $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ 의 근사값을 오차  $1/10^3$  이내의 유리수로 구하시오. (근사값을 급수의 부분합으로 나타내면 충분하다.)

문제 8 [20점]  $f(x) = \sin(x^2)$ 의  $x = \sqrt{\pi}$ 에서의 2차 근사다항식을 이용하여  $f\left(\sqrt{\pi} + \frac{1}{100}\right)$ 의 근사값을 구하고, 오차가  $\frac{1}{60000}$ 을 넘지 않음을 보이시오. (단,  $\sqrt{\pi} < \frac{199}{100}$ )

문제 9 [15점] 함수  $f(x) = e^x + x + \sin x$ 에 대하여  $y = f(x)$ 의 역함수  $g(y)$ 가 실수 전체에서 정의됨을 보이고,  $y = 1$ 에서  $g(y)$ 의 2차 근사다항식을 구하시오.

문제 10 [15점] 다음 물음에 답하시오.

(a) (10점) 로그와선  $r = e^\theta$ , ( $\theta \geq 0$ )과 양의  $x$ 축의 교점의  $x$ 좌표를 작은순서로  $a_0, a_1, a_2, \dots$ 라 할 때, 거듭제곱급수 함수

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n!} x^n$$

에 대하여  $\log f(2)$ 의 값을 구하시오.

(b) (5점) 구면좌표계로 두 방정식  $\rho = 1$ ,  $\varphi = \theta$ 를 만족하는 점들의 집합은 공간 속의 어떤 곡선이다. 이 곡선을  $xy$ -평면에 정사영시킨 곡선을 극좌표계 방정식으로 표현하시오.