미적분학 1 중간고사

(2020년 5월 1일 금요일 15:00 - 2020년 5월 2일 토요일 15:00)

제출기한: 2020년 5월 2일(토) 15:00
제출방식: 문제별 eTL제출
파일명 형식: 학번뒷번호5자리-이름-문제번호1자리
파일명 예시: 13579-김도형-4.pdf

모든 문제의 답에 풀이과정을 명시하시오. (총점 150점, 총 9문제)

문제 1. [30점] 다음 각 급수의 수렴여부 판정하시오.

(a) (10점) $\displaystyle\sum_{n\geq 1} \frac{n^5}{n!}$

(b) (10점) $\displaystyle\sum_{n\geq 2} \frac{1}{(\log n)^n}$

(c) (10점) $\displaystyle\sum_{n\geq 2} \frac{1}{n\log n}$

문제 2. [15점] 다음 특이적분의 수렴 여부를 판정하시오.

$$\int_0^\infty \frac{dx}{\sqrt{x^3+1}}$$

문제 3. [20점] 다음 급수의 수렴여부 및 절대수렴여부를 판정하시오.

(a) (10점) $\displaystyle\sum_{n\geq 2} (-1)^n \frac{1}{\log n}$

(b) (10점) $\displaystyle\sum_{n\geq 1} (-1)^n \frac{1}{(n^2+1)^{\frac{1}{3}}}$

문제 4. [15점] 다음의 거듭제곱급수가 수렴하는 x의 범위를 구하시오.

$$\sum_{n\geq 1} \frac{x^n}{n^2}$$

문제 5. [15점] 아래 (a), (b)에서 각 함수의 정의역과 공역은 실수 전체의 집합이다.

(a) (10점) 다음 함수가 역함수를 가지는지 판별하시오.

(i) $p(x) = \dfrac{x}{2} + \sin x$

(ii) $q(x) = 3x + \sin^2 x$

(b) (5점) 함수 $f(x) = x + e^{-x^2}$의 역함수 $x = g(y)$가 존재함이 알려져 있을 때, $g'(1)$을 구하시오.

문제 6. [10점] 다음 극한값을 구하시오.

$$\lim_{x\to 0} \frac{xe^x - \sin x}{x^2}$$

문제 7. [15점] $\displaystyle\int_0^{0.1} e^{-t^2} dt$ 의 값을 오차의 범위가 10^{-6} 이하가 되도록 구하시오.

문제 8. [15점] 점 $x = 0$ 근방에서 다음과 같이 주어지는 함수 $h(x)$의 3차 근사다항식을 구하시오.

$$h(x) = \frac{x}{1-2e^x}$$

문제 9. [15점] 극좌표계로 다음과 같이 주어진 곡선의 개형을 그리시오. 점근선이 있다면 표시하시오. 반드시 종이에 손으로 그린 답안을 제출할 것.

(a) (5점) $r\sin^2\theta = 2$

(b) (5점) $r + 3 + \sin\theta = 0$

(c) (5점) $r = |\cos(3\theta)|$