

단답형 문제는 답만, 나머지 문제는 답과 그 풀이과정을 해당 답안영역에 가독성이 높게 정자로 쓸 것 (총점 200점)

**문제 1. [단답형]** (30점) 다음 극한을 구하시오. (각 10점)

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-1/x^2}}{x^2}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^x - 1}{x}$

(c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{3n} \frac{1}{n} \cos \frac{k\pi}{n} \sin \frac{2k\pi}{n}$

**문제 2. [단답형]** (10점) 이변수함수  $f(x, y)$ 가 점  $P(1, 2)$ 에서 미분가능하고,  $f(P) = 3$ ,  $\text{grad } f(P) = (2, 1)$ 일 때,  $z = f(x, y)$ 의 그래프 위의 점  $(1, 2, 3)$ 에서 접평면의 방정식을

$$z = ax + by + c$$

의 꼴로 나타내시오.

**문제 3. [단답형]** (10점) 이변수함수  $f(x, y) = e^x - 3xy + y^3$ 에 대하여, 점  $P(0, 1)$ 에서  $v = (1, 1)$  방향의 방향미분계수를 구하시오.

**문제 4. [단답형]** (15점) 다음과 같이 정의되는 함수  $f(x, y)$ 에 대하여,

$$f(x, y) = \int_{\pi x/6}^{\pi y/3} \frac{\sin t}{t} dt$$

점  $P(2, 1)$ 에서 이차근사다항식을 구하면

$$A(x - 2) + B(y - 1) + C(x - 2)^2 + D(x - 2)(y - 1) + E(y - 1)^2$$

이다.  $A, B, C, D, E$ 를 구하시오. (각 3점)

1 (a)	1 (b)	1 (c)	2

3	4				
	A	B	C	D	E

문제 5. (15점) 다음 적분을 구하시오.

$$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{\sin^2 x} dx$$

(풀이)

문제 6. (20점) 다음 이변수함수  $f(x, y)$ 에 대하여,

$$f(x, y) = 3x^2 - 2xy + y^3$$

그래프  $z = f(x, y)$  위의 점  $P(1, 1, 2)$ 에서의 접평면과  $Q(0, -1, -1)$ 에서의 접평면이 이루는 각을  $\theta$ 라고 할 때,  $\cos \theta$ 의 값을 구하시오.

(풀이)

문제 7. (20점)  $x > 0$ 에 대하여 다음 등식이 성립함을 보이시오.

$$2 \arctan \sqrt{x} - \arcsin \frac{x-1}{x+1} = \frac{\pi}{2}$$

(풀이)

문제 8. (20점) 함수  $f(x) = e^{1-x} - \frac{1}{\pi} \arctan x$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오.

(a) (10점)  $f(x)$ 의 역함수가 존재함을 보이시오.

(b) (10점)  $y = f(x)$ 의 역함수를  $x = g(y)$ 라 놓았을 때,  $\int_{0.75}^e g(y) dy$ 를 구하시오.

(풀이)

문제 9. (20점)  $x(t) = e^t \cos t, y(t) = e^t \sin t$ 로 정의되는 매개변수 곡선에 대하여 다음 물음에 답하시오.

(a) (5점)  $0 \leq t \leq \pi$ 에서 곡선의 길이를 구하시오.

(b) (5점)  $\int e^x \sin x dx, \int e^x \cos x dx$ 를 구하시오.

(c) (10점)  $\frac{\pi}{2} \leq t \leq \pi$ 에서 곡선과  $x$ 축 및  $y$ 축으로 둘러싸인 영역의 면적을 구하시오.

(풀이)

학번:

이름:

문제 10. (20점) 이변수함수  $f(x, y) = kx^2 + 4xy + (k + 3)y^2$ 에 대하여 원점이 극대점, 극소점, 안장점이 되는 실수  $k$ 의 범위를 구하시오.

(풀이)

문제 11. (20점)  $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 4$ 를 만족하는 실수  $x, y, z$ 에 대하여,  $\arctan(xy^2z)$ 의 최댓값을 라그랑주 승수법을 이용하여 구하시오.

(풀이)