

단답형 문제는 답만, 나머지 문제는 답과 그 풀이과정을 해당 답안영역에 가독성이 높게 정자로 쓸 것 (총점 200점)

문제 1. [단답형] (30점) 다음 극한을 구하시오. (각 10점)

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-1/x^2}}{x^2}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^x - 1}{x}$

(c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{3n} \frac{1}{n} \cos \frac{k\pi}{n} \sin \frac{2k\pi}{n}$

문제 2. [단답형] (10점) 이변수함수 $f(x,y)$ 가 점 $P(1,2)$ 에서 미분가능하고, $f(P) = 3$, $\text{grad } f(P) = (2,1)$ 일 때, $z = f(x,y)$ 의 그래프 위의 점 $(1,2,3)$ 에서 접평면의 방정식을

$$z = ax + by + c$$

의 꼴로 나타내시오.

문제 3. [단답형] (10점) 이변수함수 $f(x,y) = e^x - 3xy + y^3$ 에 대하여, 점 $P(0,1)$ 에서 $v = (1,1)$ 방향의 방향미분계수를 구하시오.

문제 4. [단답형] (15점) 다음과 같이 정의되는 함수 $f(x,y)$ 에 대하여,

$$f(x,y) = \int_{\pi x/6}^{\pi y/3} \frac{\sin t}{t} dt$$

점 $P(2,1)$ 에서 이차근사다항식을 구하면

$$A(x-2) + B(y-1) + C(x-2)^2 + D(x-2)(y-1) + E(y-1)^2$$

이다. A, B, C, D, E 를 구하시오. (각 3점)

1 (a)		1 (b)		1 (c)		2	
3		4					
		A	B	C	D	E	

학번:

이름:

문제 5. (15점) 다음 적분을 구하시오.

$$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{\sin^2 x} dx$$

(풀이)

문제 6. (20점) 다음 이변수함수 $f(x, y)$ 에 대하여,

$$f(x, y) = 3x^2 - 2xy + y^3$$

그래프 $z = f(x, y)$ 위의 점 $P(1, 1, 2)$ 에서의 접평면과 $Q(0, -1, -1)$ 에서의 접평면이 이루는 각을 θ 라고 둘 때, $\cos \theta$ 의 값을 구하시오.

(풀이)

학번:

이름:

문제 7. (20점) $x > 0$ 에 대하여 다음 등식이 성립함을 보이시오.

$$2 \arctan \sqrt{x} - \arcsin \frac{x-1}{x+1} = \frac{\pi}{2}$$

(풀이)

문제 8. (20점) 함수 $f(x) = e^{1-x} - \frac{1}{\pi} \arctan x$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오.

(a) (10점) $f(x)$ 의 역함수가 존재함을 보이시오.

(b) (10점) $y = f(x)$ 의 역함수를 $x = g(y)$ 라 놓았을 때, $\int_{0.75}^e g(y) dy$ 를 구하시오.

(풀이)

문제 9. (20점) $x(t) = e^t \cos t, y(t) = e^t \sin t$ 로 정의되는 매개변수 곡선에 대하여 다음 물음에 답하시오.

(a) (5점) $0 \leq t \leq \pi$ 에서 곡선의 길이를 구하시오.

(b) (5점) $\int e^x \sin x \, dx, \int e^x \cos x \, dx$ 를 구하시오.

(c) (10점) $\frac{\pi}{2} \leq t \leq \pi$ 에서 곡선과 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 영역의 면적을 구하시오.

(풀이)

학번:

이름:

문제 10. (20점) 이변수함수 $f(x, y) = kx^2 + 4xy + (k + 3)y^2$ 에 대하여 원점이 극대점, 극소점, 안장점이 되는 실수 k 의 범위를 구하시오.

(풀이)

학번:

이름:

문제 11. (20점) $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 4$ 를 만족하는 실수 x, y, z 에 대하여, $\arctan(xy^2z)$ 의 최댓값을 라그랑주 승수법을 이용하여 구하시오.

(풀이)