

강좌번호:	학번:	이름:
-------	-----	-----

문제의 답과 그 풀이과정을 해당 답안영역에 가독성이 높게 정자로 쓰시오. (총점 150점)

문제 1. (a) (5점) 급수  $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{(\log n)^{n \log n}}$ 의 수렴 여부를 판정하시오.

(b) (5점) 급수  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{n^{1+1/n}}$ 의 수렴 여부를 판정하시오.

(풀이)

강좌번호:	학번:	이름:
-------	-----	-----

문제 1. (이어서)

(c) (10점) 거듭제곱급수  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(x+2)^n \log n}{n3^n}$ 의 수렴구간을 구하시오.

(풀이)

강좌번호:

학번:

이름:

**문제 2.** (15점) 구간  $(0, 1)$ 에서 정의된 거듭제곱급수  $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} x^n$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오.

(a) (8점)  $\frac{1}{2} < f'(x) < \frac{3}{2}$  임을 보이시오. (Hint :  $|f'(x) - 1|$  을 고려하시오.)

(b) (7점) 급수  $\sum_{n=1}^{\infty} f\left(\sin \frac{1}{n}\right)$  은 발산함을 보이시오. (Hint: 평균값 정리)

(풀이)

강좌번호:	학번:	이름:
-------	-----	-----

문제 3. (20점) 다음 함수에 대한 물음에 답하시오.  $f(x) = \frac{\log(1-x)}{x-1}, \quad |x| < 1.$

(a) (7점) 함수  $f$ 의 원점에서의  $n$ 차 테일러 다항식  $T_n f(x)$ 를 구하시오.

(b) (6점)  $0 < x < 1$ 에 대해  $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} T_n f(x)$ 임을 보이시오.

(풀이)

강좌번호:	학번:	이름:
-------	-----	-----

문제 3. (이어서)

(c) (7점) 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $H_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}$ 이라 할 때, 급수  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{H_n}{2^n}$ 의 합을 구하시오.

(풀이)

강좌번호:

학번:

이름:

문제 4. (20점) 처음 두 항이  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 2$ 인 수열  $(a_n)$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $a_{n+1} = 2a_n + a_{n-1}$  을 만족할 때, 다음 물음에 답하시오.

(a) (7점) 극한  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ 이 존재함을 보이고, 그 극한값을 구하시오.

(b) (7점) 거듭제곱급수  $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 의 수렴반경을 구하시오.

(풀이)

강좌번호:	학번:	이름:
-------	-----	-----

문제 4. (이어서)

(c) (6점) 급수  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{na_n}{3^n}$  의 합을 구하시오.

(풀이)

강좌번호:

학번:

이름:

**문제 5.** (20점) 구간  $[1, \infty)$ 에서 정의된 함수  $f(x) = \int_1^x \sinh^{-1} \sqrt{t} \, dt$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오.

(a) (5점) 쌍곡사인함수  $y = \sinh x$ 의 역함수는  $x = \sinh^{-1} y = \log(y + \sqrt{y^2 + 1})$ 임을 보이시오.

(b) (5점) 함수  $f$ 가 역함수를 가짐을 보이시오.

(풀이)



강좌번호:	학번:	이름:
-------	-----	-----

문제 5. (이어서)

(c) (10점)  $f$ 의 역함수를  $g$ 라 할 때,  $g'(0)$  와  $g''(0)$  의 값을 모두 구하시오.

(풀이)

강좌번호:

학번:

이름:

문제 6. (10점) 다음 극한값을 구하시오.

$$\lim_{x \rightarrow 0} [x^2 + \log(1+x)]^{\tanh x}.$$

(풀이)

강좌번호:	학번:	이름:
-------	-----	-----

문제 7. (10점) 점  $x = 1$ 에서 다음 함수의 4차 근사다항식을 구하시오.

$$f(x) = \frac{\sin^2(\frac{x}{2} - \frac{1}{2})}{4 - 3x}.$$

(풀이)

강좌번호:	학번:	이름:
-------	-----	-----

문제 8. (10점) 다음 정적분 값을 오차가  $10^{-3}$  이하가 되도록 구하시오.

$$\int_0^1 \frac{\sinh x}{x} dx.$$

(풀이)

강좌번호:	학번:	이름:
-------	-----	-----

문제 9. (10점) 지수함수  $e^x$ 가 모든 실수  $x$ 에 대해 원점에서의 테일러 급수와 일치한다는 것을 보이시오. 즉, 모든 실수  $x$ 에 대해 등식  $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ 이 성립함을 보이시오.

(풀이)

강좌번호:

학번:

이름:

**문제 10.** (15점) 좌표평면에서 극좌표계로 주어진 두 곡선  $r = \sin 2\theta$ ,  $r = \sin 3\theta$  에 대하여 다음 물음에 답하시오.  
(단,  $\sin 3\theta = 3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta$  이다.)

(a) (5점) 두 곡선의 개형을 좌표평면에 그리시오.

(b) (10점) 두 곡선의 원점이 아닌 교점 중 1사분면 위의 점의 직교좌표를 구하시오.

(풀이)