강좌번호: 학번: 이름:

단답형 문제는 답만, 나머지 문제는 답과 그 풀이과정을 해당 답안영역에 가독성이 높게 정자로 쓸 것. (**총점 200점**)

**문제 1.** [**단답형**] (15점) 좌표평면에서 곡선

$$X(t) = (2t - \sin t,\ t \sin t), \qquad 0 \le t \le \pi$$

와 $x$축으로 둘러싸인 영역의 넓이를 구하시오.

**문제 2.** [**단답형**] (20점) 위 아래가 잘린 원기둥면 $S : x^2 + y^2 = 1$ $(-1 \le z \le 2)$에 대하여 $S$ 위의 점 $(x, y, z)$에서 곡면의 향이 $\mathbf{n} = (x, y, 0)$으로 주어질 때, 다음 벡터장 $\mathbf{F}$의 곡면 $S$에 대한 면적분 $\iint_S \mathbf{F} \cdot \mathrm{d}\mathbf{S}$를 구하시오.

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (x + e^{yz}, y + e^{xz}, z + e^{xy})$$

| 1 | 2 | 3 (a) |
|---|---|---|
| | | |

강좌번호: 학번: 이름:

**문제 3.** (20점) 좌표평면의 두 영역

$$\mathcal{U} = \{(u,v) : f(u,v) \le 1\}, \qquad \mathcal{W} = \{(x,y) : (2x+y)^2 + (3y-x)^2 \le 49\}$$

을 생각하자. 좌표평면에서 정의된 함수 $G(u,v) = (3u - v, u + 2v)$ 는 영역 $\mathcal{U}$를 영역 $\mathcal{W}$로 보내는 가역사상이다.

(a) [**단답형: 1면의 해당 답안영역에 답을 쓸것**] (5점) 함수 $f(u,v)$을 구하시오.

(b) (15점) 적분 $\displaystyle\iint_{\mathcal{W}} (2x+y)^2\, dxdy$ 을 구하시오.

---

(풀이)

강좌번호: 학번: 이름:

**문제 4.** (20점) 극좌표계로 주어진 두 영역 $A_1 = \{(r,\theta) : r \le 1\}$, $A_2 = \{(r,\theta) : 0 \le r \le 2\cos\theta\}$에 대해 다음 적분을 구하시오.

$$\iint_{A_1 \cup A_2} \sqrt{4 - x^2 - y^2}\ dxdy$$

(풀이)

강좌번호: 학번: 이름:

**문제 5.** (20점) 좌표공간의 영역 $U = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq 4,\ 0 \leq z \leq y\}$에 대하여 밀도함수가 $\mu(x, y, z) = z$로 주어졌을 때, 영역 $U$의 질량중심을 구하시오.

---

(풀이)

강좌번호: 학번: 이름:

**문제 6.** (15점) 안쪽에 원점을 포함하는 좌표평면의 단순폐곡선 $C$에 대하여 다음 적분을 구하시오.

$$\int_C \frac{2xy\,dx + (y^2 - x^2)\,dy}{(x^2+y^2)^2}$$

(풀이)

강좌번호: 학번: 이름:

**문제 7.** (20점) 좌표공간의 영역 $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$와 곡면 $(x-1)^2 + y^2 = 1$의 공통부분을 $S$라고 할 때, 곡면 $S$의 넓이를 구하시오.

(풀이)

| 강좌번호: | 학번: | 이름: |
| --- | --- | --- |

**문제 8.** (20점) 좌표공간의 곡면 $S : x^2 + y^2 - z^2 = 1$ $(0 \leq z \leq 1)$의 향을 $\mathbf{n} \cdot \mathbf{k} \leq 0$이 되도록 정했을 때 다음과 같이 주어지는 벡터장 $\mathbf{F}$에 대하여 면적분 $\iint_S \mathbf{F} \cdot \mathrm{d}\mathbf{S}$를 구하시오.

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (x^2,\ -y^2,\ z^2\,)$$

---

(풀이)

강좌번호: 학번: 이름:

**문제 9.** (20점) 좌표공간에서 곡면 $S : x^2 + y^2 + z^2 = 4 \ (z \geq 0)$에 대하여 면적분 $\iint_S z(xe^{yz} + ye^{xz} + z^3)\,\mathrm{dS}$ 을 구하시오.

---

(풀이)

강좌번호:　　　　학번:　　　　이름:

**문제 10.** (20점) 좌표공간의 곡선 $C(t) = (\sec t, 0, t),\ -\dfrac{\pi}{4} \le t \le \dfrac{\pi}{4}$를 $z$축을 중심으로 회전시킨 회전면 $S$에 대하여 면적분 $\displaystyle\iint_S \frac{(x,y,z)}{\sqrt{(x^2+y^2+z^2)^3}} \cdot \mathrm{d}\mathbf{S}$ 을 구하시오. (단, 곡면 $S$의 향은 $z > 0$일 때 $\mathbf{n}\cdot\mathbf{k} < 0$가 되도록 한다.)

---

(풀이)

강좌번호: 학번: 이름:

**문제 11.** (10점) 공 $\mathbb{B} := \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : |\mathbf{x}| \le a\}$ 근방에서 정의된 벡터장 $\mathbf{F}$와 위치벡터장 $\mathbf{r}$에 대하여

$$\iiint_{\mathbb{B}} \mathbf{r} \cdot \mathrm{curl}\mathbf{F}\ \mathrm{dV} = 0$$

임을 설명하라.

---

(풀이)