

강좌번호:	학번:	이름:
-------	-----	-----

단답형 문제는 답만, 나머지 문제는 답과 그 풀이과정을 해당 답안영역에 가독성이 높게 정자로 쓸 것. (총점 150점)

문제 1. [단답형] (7점) 좌표공간에서 정의된 함수 $f(x, y, z) = \sin(xy + yz - zx)$ 와 점 $P(\sqrt{\pi}, -\sqrt{\pi}, 0)$ 에 대하여, P 에서 함숫값이 가장 빨리 증가하는 방향을 나타내는 단위벡터를 \mathbf{v} 라 할 때, $D_{\mathbf{v}}f(P)$ 를 구하시오.

문제 2. [단답형] (8점) 선형사상 $\mathbf{F} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ 가 $\det \mathbf{F}'(1, 2) = 3$ 을 만족한다. 함수 $\mathbf{G}(x, y, z) = (x + y^2 + z^3, xyz)$, $\mathbf{H}(s, t) = (s, t, s + t)$ 에 대하여 $\det(\mathbf{F} \circ \mathbf{G} \circ \mathbf{H})'(1, 2)$ 의 값을 구하시오.

1	2

강좌번호:

학번:

이름:

문제 3. (15점) 타원면 $(x-1)^2 + 2(y-2)^2 + 3(z-3)^2 = 1$ 위의 점 P 에서의 접평면이 원점을 포함하게 되는 점 P 들은 모두 하나의 평면에 들어있다. 이 평면의 방정식을 구하시오.

(풀이)

강좌번호:

학번:

이름:

문제 4. (15점) 이변수함수 $u(x, y)$ 와 $v(x, y)$ 가 $x = u(x, y)^3 + v(x, y)^2$, $y = u(x, y) + 2v(x, y)$ 를 만족한다. 함수 $f = \frac{1}{2}(u^2 + v^2)$ 의 기울기 벡터 $\text{grad } f = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right)$ 를 $(u, v) = (1, 2)$ 이 되는 점 (x, y) 에서 구하시오.

(풀이)

강좌번호:

학번:

이름:

문제 5. (20점) 좌표평면에서 정의된 함수

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + xy + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

에 대하여 다음 물음에 답하시오.

- (a) (10점) 영벡터가 아닌 임의의 \mathbf{v} 에 대해 $D_{\mathbf{v}}f(0, 0)$ 가 존재하는지 판단하시오.
- (b) (10점) 원점에서 함수 f 의 미분가능성을 판단하시오.

(풀이)

강좌번호:

학번:

이름:

문제 6. (15점) 함수 $f(x, y) = \int_1^{xy} e^{-t^2 x} dt$ 에 대하여 $D_2 D_1 f(-1, 2)$ 를 구하시오.

(풀이)

강좌번호:

학번:

이름:

문제 7. (10점) 좌표공간의 곡면 $xy + zy = 2\sqrt{2}$ 위의 점 중 원점과 가장 가까운 점을 구하시오.

(풀이)

강좌번호:

학번:

이름:

문제 8. (25점) 함수 $f(x, y) = x^2y + e^{x \sin y} + \cos(xy)$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오.

(a) (10점) 영역 $R = \{(a, b) \in \mathbb{R}^2 : \text{점 } P(1, 0) \text{에서 } \mathbf{v} = (a, b) \text{ 방향으로 곡면 } z = f(x, y) \text{가 아래로 볼록}\}$ 을 그리시오.

(풀이)

강좌번호:

학번:

이름:

문제 8. (이어서)

- (b) (10점) 점 $P(1, 0)$ 에서 함수 $f(x, y)$ 의 2차 근사식을 구하고, 이를 이용하여 $f(1.1, 0.1)$ 의 근사값을 구하시오.
- (c) (5점) 함수 f 의 등위선 $f^{-1}(2)$ 가 점 $P(1, 0)$ 근방에서 어떤 일급함수 $y = g(x)$ 의 그래프임을 보이고, $g'(1)$ 을 구하시오.

강좌번호:

학번:

이름:

문제 9. (20점) 좌표평면에서 정의된 일급 벡터장 $\mathbf{F}(x, y) = (e^x \cos y, g(x, y))$ 가 잠재함수를 가지고 모든 실수 y 에 대해 $\mathbf{F}(0, y) = (\cos y, \sin y)$ 라 할 때 다음 물음에 답하시오.

(a) (10점) 함수 $g(x, y)$ 를 구하시오.

(b) (10점) 타원 $\frac{x^2}{4\pi^2} + \frac{y^2}{\pi^2} = 1$ 을 따라 $(2\pi, 0)$ 에서 $(0, \pi)$ 까지 반시계 방향으로 움직이는 경로 C 에 대해 $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$ 를 구하시오.

(풀이)

강좌번호:

학번:

이름:

문제 10. (15점) 영역 $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, y > 0\}$ 안에서 $P(1, \sqrt{3})$ 에서 출발하여 $Q(3, 4)$ 에 도착하는 일급 곡선 $X : [0, 1] \rightarrow R$ 에 대해 선적분 $\int_X \frac{y}{x} \left(-\frac{y}{x^2 + y^2}, \frac{x}{x^2 + y^2} \right) \cdot d\mathbf{s}$ 의 값을 구하시오. (힌트: 일급 함수 r, θ 에 대해 $X(t) = r(t)(\cos \theta(t), \sin \theta(t))$ 로 매개화한다.)

(풀이)