강좌번호: 학번: 이름:

단답형 문제는 답만, 나머지 문제는 답과 그 풀이과정을 해당 답안영역에 가독성이 높게 정자로 쓸 것. (**총점 150점**)

문제 1. [**단답형**] (15점) 다음 급수의 합을 구하시오.

(a) (8점) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$

(b) (7점) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\pi^{2n}}{2^{4n}(2n)!}$

문제 2. [**단답형**] (8점) 원기둥좌표계 (r, θ, z)로 표현된 영역 $0 \le z \le 1$와 $0 \le r \le \cos\theta + z\sin\theta$의 공통 부분의 부피를 구하시오.

문제 3. [**단답형**] (7점) 거듭제곱급수를 이용하여 다음을 만족하는 함수 $f(x)$를 찾으시오. (단, c_1, c_2는 상수이다.)

$$y'' - y = 0, \quad y(0) = c_1, \quad y'(0) = c_2$$

이때 찾은 함수를 초등함수(다항함수나 유리함수, 지수함수나 로그함수, 삼각함수나 역삼각함수, 또는 이들의 합과 곱, 이들의 합성이나 역함수 등으로 표현되는 함수)로 나타내시오.

1 (a)	1 (b)	2	3

강좌번호: 학번: 이름:

문제 4. (10점) 급수

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{an}{n+2}\right)^n$$

가 수렴하는 양수 a의 범위를 구하시오.

(풀이)

강좌번호:	학번:	이름:

문제 5. (15점) 다음 급수의 합을 구하시오.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)5^{2n+1}}$$

(풀이)

강좌번호: 학번: 이름:

문제 6. (20점) $-\frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{3}$에서 정의된 함수 $f(x) = \frac{1}{\pi}(x + \tan x - 1)$가 미분가능한 역함수 $x = g(y)$를 가짐을 보이고 점 $y = \frac{1}{4}$에서 $g(y)$의 2차 근사다항식을 구하시오.

(풀이)

강좌번호: 학번: 이름:

문제 7. (15점) 다음 거듭제곱급수가 수렴하는 x의 범위를 구하시오.

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n \log n}$$

(풀이)

강좌번호: 학번: 이름:

문제 8. (15점) 다음 극한을 구하시오.

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{3^{1/x}+2^{1/x}}{2}\right)^x$$

(풀이)

강좌번호:	학번:	이름:

문제 9. (a) (10점) 원점 근방에서 정의된 n번 미분가능한 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$의 원점에서 n차 근사다항식을 각각 $p_n(x)$, $q_n(x)$라 할 때 다음을 보이시오.

$$\lim_{x\to 0} \frac{f(x)g(x) - p_n(x)q_n(x)}{x^n} = 0$$

(b) (10점) 원점에서 함수 $y = \dfrac{\tan x}{1+x^2}$의 3차 근사다항식을 구하시오.

(풀이)

강좌번호: 학번: 이름:

문제 10. (10점) 다음 정적분 값을 오차가 10^{-7} 이하가 되도록 구하시오.

$$\int_0^{0.1} \frac{1}{\sqrt{1+x^4}}\, dx$$

(풀이)

강좌번호: 학번: 이름:

문제 11. (5점) 구면좌표계 (ρ, φ, θ)로 표현된 영역 $\cos\varphi \geq \rho \sin^2\varphi$와 $\rho \leq \sqrt{2}$의 공통 부분을 원기둥좌표계 (r, θ, z)로 나타내시오.

(풀이)

강좌번호: 학번: 이름:

문제 12. (10점) 수열 $\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3, \ldots)$ 중 "유한개의 n을 제외한" 모든 $n \in \mathbb{N}$에 대해 $a_n = 0$인 수열들의 집합을 $c_c(\mathbb{R})$이라고 하자. 이때 두 수열 $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in c_c(\mathbb{R})$에 대해

$$d(\mathbf{a}, \mathbf{b}) := \max\{|a_i - b_i| : i \in \mathbb{N}\}$$

로 정의하면 이것은 거리함수임을 보이시오.

(풀이)